

# Sommaire

## Cours:

<b>1. Introduction.....</b>	<b>p 1</b>
<b>2. Définitions générales.....</b>	<b>p 2</b>
<b>2.1. Composantes de la sureté de fonctionnement des systèmes</b>	
<i>Δ La disponibilité <math>D(t)</math></i>	
<i>Δ La fiabilité <math>R(t)</math></i>	
<i>Δ La maintenabilité <math>M(t)</math></i>	
<b>2.2. Définition des différents sigles représentant les composantes indépendantes du temps</b>	
<i>Δ Disponibilité asymptotique</i>	
<i>Δ MTTF ou MTFE</i>	
<i>Δ MTTR</i>	
<i>Δ MUT</i>	
<i>Δ MDT</i>	
<i>Δ MTBF</i>	
<b>2.3. Taux de défaillance.Taux de réparation</b>	
<b>2.4. Ordres de grandeur</b>	
<i>Δ Taux de défaillance</i>	
<i>Δ Taux de réparation</i>	
<i>Δ Disponibilité</i>	
<b>3. La connaissance de l'existant.....</b>	<b>p 6</b>
<i>Δ Méthode de Pareto</i>	
<i>Δ Méthode du Call-Rate</i>	
<i>Δ Méthode actuariale</i>	
<i>Δ Méthode de Johnson</i>	
<i>Δ Méthode de Wayne-Nelson</i>	
<i>Δ Méthode de la mort soudaine</i>	
<b>3.1. Méthode de Pareto</b>	
<b>3.2. Les lois de distribution des pannes</b>	
<i>Δ Notions de statistiques</i>	
<i>Δ Fonction densité de probabilité <math>f(t)</math> et fonction de Répartition <math>F(t)</math></i>	
<i>Δ Loi exponentielle</i>	

- Δ *Loi de Weibull*
- Δ *Méthode de Johnson*

## **Etude de la fiabilité**

**Documents professeur.....** p 13

- Δ *L'organisation des données le traitement des données*

### **Les caractéristiques de fiabilité**

**Etude de fiabilité N°1**

**Etude de fiabilité N°2**

**Etude de fiabilité N°3 courbe en baignoire**

**Documents élèves.....** p 47

## **Fiabilité prévisionnelle**

**4. Les méthodes prévisionnelles.....** p 1

- Δ *L'analyse des modes de défaillances*
- Δ *Les diagrammes de fiabilité*
- Δ *Arbres des cause*

### **L'analyse des modes de défaillance**

- Δ *Les graphes d'états*
- Δ *Critère de fréquence*
- Δ *Critère de gravité*
- Δ *Critère de détection*
- Δ *Exemple d'AMDEC*

### **L'arbre de défaillance**

- Δ *Le tracé des arbres*
- Δ *Les symboles de l'arbre de défaillance*
- Δ *Portes logiques*
- Δ *Etapes de l'analyse de l'arbre des défaillances*
- Δ *Le processus de structuration*
- Δ *Règles de construction*
- Δ *Penser par petite étapes*
- Δ *La réduction des arbres*
- Δ *La quantification des arbres*

### **Les blocs diagrammes de fiabilité**

# *Prédictif conditionnel*

- Δ Introduction*
- Δ Rappels et définitions*
- Δ Traitement du signal*
- Δ Normes vibratoires*
- Δ Propagation dans les structures*
- Δ Sources vibratoires*
- Δ Maintenance prédictive*
- Δ Moyen de mesure*

# ***ÉTUDE DE FIABILITE***

## 1. CONDITIONS:

*A partir des données suivantes:*

*L'historique d'un parc de 25 matériels identiques donne le relevé suivant:*

<i>INTERVALLE DE TEMPS</i>	<i>NOMBRE DE MATERIELS DEFAILLANTS</i>
<i>0-1</i>	<i>4</i>
<i>1-2</i>	<i>3</i>
<i>2-3</i>	<i>4</i>
<i>3-4</i>	<i>1</i>
<i>4-5</i>	<i>2</i>
<i>5-6</i>	<i>1</i>
<i>6-7</i>	<i>1</i>
<i>7-8</i>	<i>1</i>
<i>8-9</i>	<i>2</i>
<i>9-10</i>	<i>3</i>
<i>10-11</i>	<i>3</i>
<i><b>Total</b></i>	<i><b>25</b></i>

## 2. TRAVAIL DEMANDE:

*Compléter le tableau des caractéristiques de fiabilité*

*Déterminer la MTBF*

*Tracer les courbes représentatives de  $F(t)$  ;  $R(t)$  ;  $f(t)$  ;  $\Lambda$*

## Calcul de la MTBF en utilisant la propriété :

<i>temps (ti)</i>	<i>x f(t)</i>	<i>x intervalle de temps</i>	<i>Somme</i>
1	<i>x 0,16</i>	<i>x 1</i>	<i>0,16</i>
2	<i>x 0,12</i>	<i>x 1</i>	<i>0,24</i>
3	<i>x 0,16</i>	<i>x 1</i>	<i>0,48</i>
4	<i>x 0,04</i>	<i>x 1</i>	<i>0,16</i>
5	<i>x 0,08</i>	<i>x 1</i>	<i>0,40</i>
6	<i>x 0,04</i>	<i>x 1</i>	<i>0,24</i>
7	<i>x 0,04</i>	<i>x 1</i>	<i>0,28</i>
8	<i>x 0,04</i>	<i>x 1</i>	<i>0,32</i>
9	<i>x 0,08</i>	<i>x 1</i>	<i>0,72</i>
10	<i>x 0,12</i>	<i>x 1</i>	<i>1,2</i>
11	<i>x 0,12</i>	<i>x 1</i>	<i>1,32</i>

***Total***      ***5,52 unités de temps***

# *ETUDE DE FIABILITE*

## 1. CONDITIONS:

### 1.1. A partir des données suivantes:

- a) *Pendant une période s'étendant du 1/9/77 au 1/9/82 une machine a subi 10 pannes pendant 1205 jours de production.*
- b) *Les temps entre 2 pannes en jours sont les suivants:*
  - c) **82; 39; 106 ; 299;57; 255; 151; 49 .**
- d) *Disposez les résultats de cette statistique dans le tableau ci-joint en ordonnant les époques  $t_i$  entre deux pannes par ordre croissant.*
- e) *Répondre aux questions ci-dessous.*

### 1.2. Travail demandé:

- a) *Compléter le tableau des caractéristiques de fiabilité.*
- b) *Calculer la **MTBF***
- c) *Tracer les courbes représentatives de **F(T); R(T); f(T); LAMBDA***

## b) Calcul de la MTBF (Moyenne des Temps de Bon Fonctionnement)

On utilise la relation:

$$m = \sum t \times f(t) \times \Delta t$$

$$m_1 = 39 \times 0,0025 \times 39$$

$$m_2 = 44 \times 0,0022 \times 44$$

etc...

$$MTBF = m_1 + m_2 \dots\dots$$

Simplifions:

$$1/10 (39+44+49+57+68+82+106+151+255+299) = \underline{\underline{115 \text{ jours}}}$$

2 ème méthode:

*On utilise la relation:*

$$m = \sum R(t) \times \Delta(t)$$

$$m = 1 \times 39 + 0,9 \times 5 + 0,8 \times 5 + 0,7 \times 11 + 0,6 \times 14 + 0,5 \times 14 + 0,4 \times 24 + 0,3 \times 45 + 0,2 \times 104 + 0,1 \times 44 + 0$$

$$m = \underline{\underline{110 \text{ jours}}}$$

# Les caractéristiques de fiabilité

*L'organisation des données*  
*Le traitement des données*  
*La prise de décision*

## 1. Fonction de répartition des défaillances (fonction de défaillance):

$n_i$ : défaillants dans l'intervalle  $t, t+\Delta t$

$\sum n_i$ : somme cumulée des défaillants de 0 à  $t$

$N$ : nombre de mis en service

$$F(t) = \sum n_i / N$$

### Remarque:

$$0 < \text{ou} = F(t) < \text{ou} = 1$$

## 2. Fonction de fiabilité R(t):

$$R(t) = 1 - F(t) \quad 0 < R(t) < 1$$

- La courbe représentative de  $R(t)$  s'appelle la "**courbe de survie**"
- La forme de la courbe de survie caractérise l'état de défaillance de l'appareil, du composant suivant la période de vie: jeunesse; vie utile; usure.

### Propriété:

$$m = \sum R(t) \cdot \Delta t$$

en faisant la somme des produits  $R(t) \cdot \Delta t$  on obtient une estimation de la moyenne d'espérance de vie  $m$  encore appelée **MTBF** (**M**oyenne des **T**emps de **B**on **F**onctionnement).

### Remarque:

L'aire comprise entre la courbe de survie  $R(t)$  et l'axe des  $t$  représente à l'échelle, la MTBF.

### 3. Densité de probabilité: $f(t)$ :

$$f(t) = n_i / N \times \Delta t$$

- La courbe représentative ou courbe de distribution montre comment se distribuent les défaillances autour de la moyenne  $m$  ou MTBF du matériel.
- Si la distribution est "serrée" on pourra décider d'une politique d'échange systématique.

#### Propriété 1:

$$\sum f(t) \cdot \Delta t = 1$$

C'est une condition pour que  $f(t)$  soit fonction de distribution.

#### Propriété 2:

$$\sum t \cdot f(t) \cdot \Delta t = m$$

#### Propriété 3:

$$f(t) = n_i / N \times \Delta t$$

*peut s'écrire*

$$f(t) = F(t+\Delta t) - F(t) / \Delta t$$

si  $\Delta t \rightarrow 0$   $f(t) = F'(t)$

$f(t)$  est la dérivée par rapport au temps de  $F(t)$ ;  
et comme  $R(t) = 1 - F(t)$  alors  $f(t) = -R'(t)$

#### 4. Taux de défaillance $\lambda(t)$ ou $Z(t)$ ou $h(t)$ :

$$\lambda(t) = n_i / N(t) \cdot \Delta t$$

$\lambda(t)$  s'exprime en pannes / unité de temps

*La courbe représentative est caractéristique de la période de fonctionnement:*

*a) jeunesse: alors  $\lambda(t)$  est décroissant*

*b) Vie utile: alors  $\lambda(t)$  est constant*

*c) Usure: alors  $\lambda(t)$  est croissant.*

*Si la détermination de  $\lambda$  est faite pendant les trois périodes de vie, du matériel la courbe représentative est la **courbe en baignoire.***

# Etude de fiabilité

## Courbe en "baignoire"

### 1. Taux de défaillance:

#### 1.1. Taux de défaillance moyen:

$$\lambda = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \times \Delta t}$$

$N(t)$ : nombre de "bons" ou vivants à  $t$

$N(t + \text{Erreur ! Signet non défini. } t)$ : nombre de "bons" ou vivants à  $t +$

**Erreur ! Signet non défini. }  $t$**

**Erreur ! Signet non défini. } intervalle de temps**

$$\lambda = \frac{n}{N(t) \times \Delta t}$$

$n$ : nombre de défaillants

#### 1.1.1. Remarque:

$$\lambda = \frac{-\Delta N(t)}{N(t) \times \Delta t}$$

#### 1.1.2. Exemple 1:

Pendant **Erreur ! Signet non défini. }  $t = 100$  h** on constate 5 défaillances pour un nombre d'appareils  $N(t) = 1000$  encore en vie à l'époque  $t$ .

Déterminer le taux de défaillance moyen.

$$\lambda = \frac{5}{1000 \times 100}$$

**Erreur ! Signet non défini. }  $= 5 \times 10^{-5}$  défaillance /heure**

#### 1.1.3. Exemple 2:

On fait le relevé suivant (voir tableau). Compléter le tableau en calculant le taux de défaillance moyen..

<i>Intervalle de temps entre époque: <math>\Delta T</math></i>	<i>Nombre de bons au début de période <math>N(t)</math></i>	<i>Nombre de pannes <math>n</math></i>	$\lambda$ moyen $\lambda = \frac{n}{N(t) \times \Delta t}$
0-100	100	2	$\frac{2}{100 \times 100}$
100-200	98	5	$\frac{5}{98 \times 100}$
200-300	93	5	$\frac{8}{93 \times 100}$

### 1.1.4. Exemple 3

A partir de l'historique d'un parc de matériels identiques on a fait les relevés suivants: (voir tableau)

- Calculer  $\lambda$
- Tracer la courbe représentant  $\lambda$  en fonction du temps

<i><math>\Delta t_i</math> en heures</i>	<i>Nbre de défectueux dans <math>\Delta t_i</math></i>	<i>Nbre de bons de 0- <math>t_i</math> <math>N_i</math></i>	<i><math>\lambda</math> moyen</i>
0-500	5	50	$2 \times 10^{-4}$
500-1000	3	42	$1,42 \times 10^{-4}$
1000-1500	2	35	$1,14 \times 10^{-4}$
1500-2000	2	30	$1,33 \times 10^{-4}$
2000-2500	4	20	$4 \times 10^{-4}$

### 1.1.5. Remarque:

En consultant le tableau on peut se poser la question suivante:

"Pourquoi passe-t-on de 42 à 35 équipements pour les tranches (500-1000) ; (1000-1500) alors qu'il n'y a que 3 défectueux ?"

On s'attend en effet à trouver  $42-3=39$  équipements survivants.

Les 4 qui manquent ne sont pas tombés en panne mais ne totalisent pas un nombre suffisant d'heures (ou d'unités d'usage) de fonctionnement pour être comptabilisés dans la tranche (1000-1500). Et ce pour diverses raisons/

- *Mise en route tardive;*

- *Arrêt d'utilisation*

Ce type de décompte envisage le problème le plus général.

## 2. Aspect expérimental:

à partir d'un grand nombre d'appareils ou de composants, l'expérience nous apprend que le taux de défaillance  $\lambda$  varie en fonction du temps de fonctionnement. L'allure de la courbe représentative de  $\lambda(t)$  est donnée par la figure ci dessous.

Sur cette **courbe en baignoire** on distingue **3 parties** associées à **3 types de défaillances**:

$0 \leq t \leq t_a$       **défaillance précoces** période de jeunesse.

$t_a < t \leq t_b$       **défaillance à taux constant** existence simultanée de mécanismes internes de dégradation . Aspect aléatoire de l'apparition de la défaillance.  
Période de maturité ou de vie utile.

$t_b < t$       **défaillance systématiques par usure** qui peuvent se détecter par surveillance du seuil d'admissibilité d'usure..

## 3. Tracé de la courbe en baignoire:

On peut estimer le taux de défaillance global d'une machine d'une unité ou se centrer sur des modules intéressants mis en évidence par un diagramme de Pareto.

On dispose de l'historique du matériel et on calcule le taux de défaillance moyen:

$$\lambda_{moy} = \frac{n}{\Delta t \times N}$$

$n$ : Nbre de défaillants pendant  $\Delta t$

$N$ : Nbre de vivants à  $t$  (ayant vécu au moins un temps  $t$ )

**Exemple:**

<i>Intervalles de temps en h</i>	<i>Nbre de défailants par interval <math>n_i</math></i>	<i>Nbre de vivants de 0 à <math>t_i</math></i>	$\lambda$
----------------------------------	---	--	-----------

0-500	5	50	$2 \times 10^{-4}$
500-1000	3	42	$143 \times 10^{-6}$
1000-1500	2	35	$114 \times 10^{-6}$
1500-2000	2	30	$133 \times 10^{-6}$
2000-2500	4	20	$4 \times 10^{-4}$

Pour que la courbe ne soit pas trop déformée, on détermine le nombre de classes  $r$  (ici  $r=5$ ) qui dépend du nombre total de défailants:

soit par la relation:

$$r = \sqrt{\sum n_i}$$

Ou par la règle de Sturges:

$$r = 1 + 3,3 \log \sum n_i$$

ici:

$$r = 1 + 3,3 \log 16 = 4,97 \text{ d'où } r = 5$$